

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 009**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $A^4$ .

5p b) Știind că matricea  $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  verifică relațiile  $B \cdot E_1 = E_1 \cdot B$  și  $B \cdot E_2 = E_2 \cdot B$ , să se demonstreze că există  $a \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ .

5p c) Să se demonstreze că dacă pentru orice  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $A^n \cdot X = X \cdot A^n$ , atunci există  $k \in \mathbb{N}^*$  astfel încât  $n = 4k$ .

2. Se consideră polinomul  $f = 2X^4 + aX^3 + 3X^2 + bX + c \in \mathbb{R}[X]$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

5p a) Să se afle rădăcinile polinomului  $f$  știind că  $a = b = 0$ ,  $c = -5$ .

5p b) Să se verifice că

$$(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_1 - x_4)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_2 - x_4)^2 + (x_3 - x_4)^2 = \frac{3}{4}(a^2 - 16).$$

5p c) Pentru  $a = 4$ , să se determine  $b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât polinomul  $f$  să aibă toate rădăcinile reale.