

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 026

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, cu $t \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se arate că dacă matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ verifică relația $AX = XA$, atunci există $a, b \in \mathbb{R}$,

astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$.

5p b) Să se demonstreze că $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $B^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$.

5p c) Să se calculeze A^{2008} .

2. Se consideră $a \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = 3X^4 - 2X^3 + X^2 + aX - 1 \in \mathbb{R}[X]$.

5p a) Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$, unde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului f .

5p b) Să se determine restul împărțirii polinomului f la $(X-1)^2$.

5p c) Să se demonstreze că f nu are toate rădăcinile reale.