

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 041**

1. Pentru  $p, q, r \in \mathbb{C}$ , se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + py + p^2z = p^3 \\ x + qy + q^2z = q^3 \\ x + ry + r^2z = r^3 \end{cases} .$$

**5p** a) Să se arate că determinantul sistemului este  $\Delta = (p - q)(q - r)(r - p)$ .

**5p** b) Dacă  $p, q, r$  sunt distincte, să se rezolve sistemul.

**5p** c) Să se arate că, dacă sistemul are soluția  $(-1, 1, 1)$ , atunci cel puțin două dintre numerele  $p, q, r$  sunt egale.

2. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $A^4$ .

**5p** b) Să se arate că  $(G, \cdot)$  este un grup comutativ, unde „ $\cdot$ ” este înmulțirea matricelor.

**5p** c) Să se rezolve ecuația  $X^3 = I_4$ ,  $X \in G$ .