

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 048

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$$
, unde a și b sunt parametri reali.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul sistemului este egal cu zero.

5p b) Să se determine valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil.

5p c) Să se arate există o infinitate de valori ale numerelor a și b pentru care sistemul admite o soluție (x, y, z) , cu x, y, z în progresie aritmetică.

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, și mulțimea $G = \left\{ X(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $A \in G$.

5p b) Să se arate că $X(t) \cdot X(u) = X(t+u)$, $\forall t, u \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se arate că mulțimea G formează grup abelian în raport cu înmulțirea matricelor.