

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 051**

1. Fie șirul  $(F_n)_{n \geq 0}$ , dat de  $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $F_0 = 0, F_1 = 1$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Să se verifice relația  $A^2 = A + I_2$ .

**5p** b) Să se arate că, dacă  $X \in M_2(\mathbb{Q})$ ,  $X \neq O_2$  și  $AX = XA$ , atunci  $X$  este inversabilă.

**5p** c) Să se arate că  $A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}, \forall n \geq 1$ .

2. Fie  $\sigma, \pi \in S_5$ ,  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Să se demonstreze că  $\sigma\pi \neq \pi\sigma$ .

**5p** b) Să se determine numărul elementelor mulțimii  $H = \{\pi^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ .

**5p** c) Să se arate că  $H = \{\pi^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$  este un subgrup al grupului  $(S_5, \cdot)$ .