**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 062**

**1.** Fie matricea $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A^2 = 2A$.

5p **a)** Să se arate că matricea $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ verifică relația $B^2 = 2B$.

5p **b)** Să se arate că, dacă $a+d \neq 2$, atunci $A=O_2$ sau $A=2I_2$.

5p **c)** Să se arate că, dacă $a+d=2$, atunci $\det(A)=0$.

**2.** Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Q}[X]$, $f = X^4 - 1$, $g = X^6 - 1$.

5p **a)** Să se arate că un cel mai mare divizor comun al polinoamelor $f$ şi $g$ este $X^2 - 1$.

5p **b)** Să se determine numărul soluțiilor complexe distincte ale ecuației $f(x)g(x)=0$.

5p **c)** Să se descompună polinomul $f$ în factori ireductibili în $\mathbb{Q}[X]$.