

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 062**

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  cu proprietatea că  $A^2 = 2A$ .

5p a) Să se arate că matricea  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$  verifică relația  $B^2 = 2B$ .

5p b) Să se arate că, dacă  $a + d \neq 2$ , atunci  $A = O_2$  sau  $A = 2I_2$ .

5p c) Să se arate că, dacă  $a + d = 2$ , atunci  $\det(A) = 0$ .

2. Se consideră polinoamele  $f, g \in \mathbb{Q}[X]$ ,  $f = X^4 - 1$ ,  $g = X^6 - 1$ .

5p a) Să se arate că un cel mai mare divizor comun al polinoamelor  $f$  și  $g$  este  $X^2 - 1$ .

5p b) Să se determine numărul soluțiilor complexe distincte ale ecuației  $f(x)g(x) = 0$ .

5p c) Să se descompună polinomul  $f$  în factori ireductibili în  $\mathbb{Q}[X]$ .