

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 077**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x - y - mz = 1 \\ mx + y + mz = 1 - m, \quad m \in \mathbb{R}. \\ mx + 3y + 3z = -1 \end{cases}$$

- 5p** a) Să se calculeze determinatul matricei sistemului.
- 5p** b) Să se arate că, pentru orice  $m \in \mathbb{R}$ , matricea sistemului are rangul cel puțin egal cu 2.
- 5p** c) Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  pentru care sistemul este incompatibil.
2. Se consideră  $\alpha > 0$  un număr real și mulțimea  $G_\alpha = (\alpha, \infty)$ . Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $(x, y) \rightarrow x * y = 3xy - 6(x + y) + 7\alpha, \forall x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Să se arate că pentru  $\alpha = 2$ , cuplul  $(G_2, *)$  este grup abelian.
- 5p** b) Să se arate că grupurile  $(G_2, *)$  și  $(\mathbb{R}_+^*, \cdot)$  sunt izomorfe, prin funcția  $f : G_2 \rightarrow \mathbb{R}_+^*, f(x) = 3x - 6$ .
- 5p** c) Să se arate că, pentru orice  $\alpha \geq 2$ , mulțimea  $G_\alpha$  este parte stabilă a lui  $\mathbb{R}$  în raport cu operația „\*”.