SUBIECTUL II (30p) – Varianta 095

1. Se consideră $n \in \mathbb{N}^*$ și matricea $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, care are elementele de pe diagonala principală egale cu 2 și restul elementelor egale cu 1.

5p **a)** Să se calculeze $\det(2A_2)$.

5p **b)** Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\det(A_3 + xI_3) = 0$.

5p **c)** Să se arate că A_4 are inversă, aceasta având elementele de pe diagonala principală egale cu $\frac{4}{5}$ și restul elementelor egale cu $-\frac{1}{5}$.

2. Fie $a,b,c \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 - aX^2 + bX - c \in \mathbb{R}[X]$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p **a)** Să se determine a,b,c pentru care $x_1 = 2$ și $x_2 = 1+i$.

5p **b)** Să se arate că resturile împărțirii polinomul f la $(X-1)^2$ și la $(X-2)^2$ nu pot fi egale, pentru nicio valoare a parametrilor a,b,c.

5p **c)** Să se arate că, dacă toate rădăcinile polinomului f sunt reale și a,b,c sunt strict pozitive, atunci x_1, x_2, x_3 sunt strict pozitive.