

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 096

1. Pentru orice matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se notează $\text{Tr}(A) = a + d$.

5p a) Să se demonstreze că $A^2 - \text{Tr}(A)A + (\det A)I_2 = 0_2$.

5p b) Să se demonstreze că, dacă $\text{Tr}(A) = 0$, atunci $A^2B = BA^2$, pentru orice matrice $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p c) Să se arate că dacă $\text{Tr}(A) \neq 0$, $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A^2B = BA^2$, atunci $AB = BA$.

2. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^4 - 6X^3 + 13X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$.

5p a) Să se calculeze suma pătratelor celor 4 rădăcini complexe ale polinomului f .

5p b) Să se determine a, b astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X - 1)(X - 3)$.

5p c) Să se determine a, b astfel încât polinomul f să aibă două rădăcini duble.