SUBIECTUL II (30p) – Varianta 096

1. Pentru orice matrice $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se notează $\mathrm{Tr}(A)=a+d$.

5p **a)** Să se demonstreze că $A^2-\mathrm{Tr}(A)A+(\det A)I_2=0_2$.

5p **b)** Să se demonstreze că, dacă $\mathrm{Tr}(A)=0,$ atunci $A^2B=BA^2,$ pentru orice matrice $B\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **c)** Să se arate că dacă $\mathrm{Tr}(A)\neq 0$, $B\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A^2B=BA^2,$ atunci $AB=BA$.

2. Fie $a,b\in\mathbb{R}$ și polinomul $f=X^4-6X^3+13X^2+aX+b\in\mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Să se calculeze suma pătratelor celor 4 rădăcini complexe ale polinomului *f*.

5p **b)** Să se determine a,b astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X-1)(X-3)$.

5p **c)** Să se determine a,b astfel încât polinomul f să aibă două rădăcini duble.