

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 099

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \det(AA^t + xB)$.

5p a) Să se calculeze AA^t .

5p b) Să se arate că $f(0) \geq 0$.

5p c) Să se arate că există $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x) = mx + n$, pentru oricare $x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră mulțimea de numere complexe $G = \{\cos q\pi + i \sin q\pi \mid q \in \mathbb{Q}\}$.

5p a) Să se arate că $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \in G$.

5p b) Să se arate că G este parte stabilă a lui \mathbb{C} în raport cu înmulțirea numerelor complexe.

5p c) Să se arate că polinomul $f = X^6 - 1 \in \mathbb{C}[X]$ are toate rădăcinile în G .