

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 004

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$.

- 5p a) Să se determine asimptotele graficului funcției f .
5p b) Să se demonstreze că funcția f nu are puncte de extrem local.
5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))^{n^2}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}, I_n = \int_0^2 \frac{x^n}{x^n + 1} dx, n \in \mathbb{N}^*$.

- 5p a) Să se calculeze I_1 .
5p b) Să se arate că $I_n \leq 1 + \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.