

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 006**

1. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{x \ln x}$ .

5p a) Să se arate că  $f'(x) = f(x)(1 + \ln x)$ ,  $\forall x > 0$ .

5p b) Să se determine valoarea minimă a funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că funcția  $f$  este convexă pe  $(0, \infty)$ .

2. Se consideră funcțiile  $f_n, g_n : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{x^{2n}}{1+x}$ ,  $g_n(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{2n-1} + f_n(x)$   
cu  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 g_2(x) dx$ .

5p b) Să se arate că  $0 \leq \int_0^1 f_n(x) dx \leq \frac{1}{2n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} \right)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .