

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 012

- 5p** 1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x+1)^{\frac{1}{x}}$.
- 5p** a) Să se arate că $x - (x+1)\ln(x+1) < 0, \forall x > 0$.
- 5p** b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- 5p** c) Să se arate că funcția f este descrescătoare.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \int_0^1 e^{-t} t^{x-1} dt, \forall x > 1$ și $f(1) = 1 - \frac{1}{e}$.
- 5p** a) Să se calculeze $f(2)$.
- 5p** b) Să se demonstreze relația $f(x) \leq \frac{1}{x}, \forall x \geq 1$.
- 5p** c) Să se demonstreze relația $f(x+1) = xf(x) - \frac{1}{e}, \forall x > 1$.