

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 014

1. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$ se consideră funcția $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \sin^n x$ și se notează cu x_n abscisa punctului de inflexiune a graficului funcției din intervalul $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

5p a) Să se arate că $f_n''(x) = n(n-1)\sin^{n-2}x - n^2\sin^n x$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$ și $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că $\sin x_n = \sqrt{\frac{n-1}{n}}$, $n \geq 3$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_n)$.

2. Se consideră $a \in \mathbb{R}$ și funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 3x + a}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$, $F(x) = \frac{x^2 + ax + 5}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă pentru funcția f .

5p b) Pentru $a = 2$, să se determine aria suprafeței plane cuprinsă între graficul funcției f , axa Ox și dreptele $x = 1$ și $x = 2$.

5p c) Să se determine a astfel încât $\int_0^2 F(x)dx - \int_{-2}^0 F(x)dx = 2$.