

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 020**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2e^x + 3x^2 - 2x + 5$ .

5p a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este strict crescătoare pe  $[0, \infty)$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  nu este surjectivă.

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$ .

2. Se consideră funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(t) = \frac{1}{(1+t^2)(1+t^3)}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 (t^3 + 1)f(t)dt$ .

5p b) Să se arate că  $\int_{\frac{1}{x}}^1 f(t)dt = \int_1^x t^3 f(t)dt$ ,  $\forall x > 0$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{x}}^x f(t)dt$ .