

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 021**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-7)$ .

5p a) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4}$ .

5p b) Să se arate că ecuația  $f'(x) = 0$  are exact trei rădăcini reale.

5p c) Să se determine valoarea minimă a funcției  $f$ .

2. Se consideră o funcție  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , cu proprietatea că  $xf(x) = \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^{\pi} x^2 f(x) dx$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este integrabilă pe intervalul  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

5p c) Să se arate că  $\int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \leq \cos 1$ .