

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 034**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1} - \ln\left(x + \frac{3}{2}\right) + \ln\left(x + \frac{1}{2}\right)$  și șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

5p a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(0, +\infty)$ .

5p b) Să se arate că  $f(x) < 0$ ,  $\forall x \in (0, +\infty)$ .

5p c) Să se demonstreze că șirul  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  este strict descrescător.

2. Se consideră funcțiile  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \int_0^x t^n \arcsin t \, dt$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze derivata funcției  $f_3$ .

5p b) Să se calculeze  $f_1\left(\frac{1}{2}\right)$ .

5p c) Să se determine  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f_2(x)$ .