

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 040**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}$ .

- 5p a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(-\infty, 0]$ .
- 5p b) Să se arate că graficul funcției  $f$  are exact două puncte de inflexiune.
- 5p c) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției  $f$  spre  $-\infty$ .

2. Se consideră funcțiile  $F_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F_n(x) = \int_0^x t \sin^n t dt$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

- 5p a) Să se calculeze  $F_1(\pi)$ .
- 5p b) Să se demonstreze că  $F_{n+1}(1) < F_n(1)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(1)$ .