

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 046

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{|\ln x|}{\sqrt{x}}$.

5p a) Să se arate că f nu este derivabilă în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se determine numărul soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = m$, unde m este un parametru real.

5p c) Să se arate că $3^{\sqrt{5}} < 5^{\sqrt{3}}$.

2. Fie funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^x t \sin 2t \, dt$ și $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_0^{\cos^2 x} \arccos \sqrt{t} \, dt$.

5p a) Să se calculeze $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

5p b) Să se arate că $g'(x) = -x \sin 2x, \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) + g(x) = \frac{\pi}{4}, \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.