

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 061**

1. Fie funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1}, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$ .

**5p** a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este continuă.

**5p** b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ .

**5p** c) Să se arate că funcția  $f$  este strict descrescătoare.

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(1 + \sin^2 x)$ .

**5p** a) Să se arate că orice primitivă a funcției  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

**5p** b) Să se calculeze  $\int_0^\pi f(x) \cos x \, dx$ .

**5p** c) Să se calculeze derivata funcției  $g : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arcsin x} f(t) \, dt$ .