

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 091**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$ .

**5p** a) Să se arate că graficul funcției  $f$  admite asimptotă spre  $+\infty$ .

**5p** b) Să se arate că funcția  $f$  este inversabilă.

**5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(e^x))^{\frac{1}{x}}$ .

2. Fie funcțiile  $F, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{\sin^2 x}$ ,  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ .

**5p** a) Să se demonstreze că funcția  $F$  este strict crescătoare.

**5p** b) Să se arate că, pentru orice  $x > 0$ , există  $c_x \in (0, x)$  astfel încât  $F(x) = xf(c_x)$ .

**5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}$ .