

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 097

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \arctg x$.

5p a) Să se arate că funcția f este concavă pe intervalul $[0, \infty)$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (f(x+1) - f(x))$.

5p c) Să se rezolve inecuația $f(x) < x - \frac{x^3}{3}, x \in \mathbb{R}$.

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{(1+x^2)^2}$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 x(1+x^2)f(x)dx$.

5p b) Să se arate că funcția $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \int_0^x t^4 f(t)dt$ este strict crescătoare.

5p c) Să se arate că, pentru orice $a \in \mathbb{R}$, are loc relația $\int_1^a f(x)dx < \frac{1}{4}$.