

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 099**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x + 1}$ .

5p a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ .

5p b) Să se arate că graficul funcției admite asimptotă spre  $+\infty$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n} \right)^n$ .

2. Se consideră funcțiile  $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \int_{\frac{1}{e}}^x t^n \ln t \, dt$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se calculeze  $f_1(e)$ .

5p b) Să se arate că funcțiile  $f_n$  sunt descrescătoare pe intervalul  $(0, 1)$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ .