

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 030**

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + ay + a^2z = a \\ x + by + b^2z = b \\ x + cy + c^2z = c \end{cases}$$
, unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , sunt distincte două câte două.

**5p** a) Să se rezolve sistemul pentru  $a = 0$ ,  $b = 1$  și  $c = 2$ .

**5p** b) Să se verifice că  $\det(A) = (a-b)(b-c)(c-a)$ , unde  $A$  este matricea asociată sistemului.

**5p** c) Să se demonstreze că soluția sistemului nu depinde de numerele reale  $a, b$  și  $c$ .

2. Se consideră mulțimea  $M = \left\{ A(a) = \begin{pmatrix} 2a & -a \\ 2a & -a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ . Pentru  $A \in M$  se notează

$$A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}, \text{ unde } n \in \mathbb{N}^*.$$

**5p** a) Să se arate că  $(A(a))^2 = aA(a)$ , oricare ar fi  $a \in \mathbb{R}$ .

**5p** b) Să se arate că dacă  $X, Y \in M$ , atunci  $XY \in M$ .

**5p** c) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  astfel încât  $(A(a))^2 + (A(a))^3 = 2A(a)$ .