

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 084

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se arate că $A = B + I_3$.

5p b) Să se demonstreze că matricea A este inversabilă și să se determine A^{-1} .

5p c) Să se determine numărul real a astfel încât $\det X(a) = (2a - 1)^3$, unde $X(a) = I_3 + aA$.

2. Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se consideră legea de compoziție definită astfel
 $x * y = xy - x - y + 2$.

5p a) Să se demonstreze că $x * y = (x - 1)(y - 1) + 1$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă.

5p c) Să se calculeze $\frac{\sqrt{1}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} * \dots * \frac{\sqrt{2008}}{2}$.