

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 086

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = -I_2\}$,

unde $X^2 = X \cdot X$.

5p a) Să se verifice că $A \in G$.

5p b) Să se demonstreze că $\left(\frac{1}{2}(X + I_2)\right)^2 = \frac{1}{2}X$, oricare ar fi $X \in G$.

5p c) Să se demonstreze că orice matrice pătratică de ordinul al doilea cu elemente numere reale pentru care avem $AX = XA$ este de forma $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$, unde $x, y \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 + aX^3 + bX + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $c = 501$, să se demonstreze că $f(1) + f(-1) = 1004$.

5p b) Pentru $a = -2$, $b = 2$ și $c = -1$ să se determine rădăcinile reale ale polinomului f .

5p c) Să se demonstreze că nu există valori reale ale coeficienților a, b, c astfel ca f să se dividă cu polinomul $g = X^3 - X$.