

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 087

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice

$$G = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = X \right\}, \text{ unde } X^2 = X \cdot X.$$

5p a) Să se verifice că $A \in G$.

5p b) Să se calculeze $\det(A^3 - 2A^2 + A)$, unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p c) Să se demonstreze că $(2X - I_2)^2 = I_2$, oricare ar fi $X \in G$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - \sqrt{2008}(x + y) + 2008 + \sqrt{2008}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se arate că $x * y = (x - \sqrt{2008})(y - \sqrt{2008}) + \sqrt{2008}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție „*” pe mulțimea \mathbb{R} .

5p c) Știind că legea de compoziție „*” este asociativă, să se calculeze

$$(-\sqrt{2008}) * (-\sqrt{2007}) * \dots * 0 * \dots * (\sqrt{2007}) * (\sqrt{2008}).$$