

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 092**

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și

submulțimea  $G = \{X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid AX = XA\}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $\det(A)$ .

**5p** b) Să se demonstreze că  $A^2X = XA^2$ , oricare ar fi  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ , unde  $A^2 = A \cdot A$ .

**5p** c) Să se arate că dacă  $a, b \in \mathbb{R}$ , atunci matricea  $aI_3 + bA \in G$ .

2. Se consideră polinomul  $f = (1 + X + X^2)^{1004}$ , cu forma algebrică  $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_{2008}X^{2008}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $f(-1)$ .

**5p** b) Să se arate că  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2008}$  este un număr întreg impar.

**5p** c) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $X^2 - 1$ .