

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 093

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze $\det(A^2)$, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Să se demonstreze că $A^3 = 2^3 \begin{pmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{pmatrix}$, unde $A^3 = A^2 \cdot A$.

5p c) Să se demonstreze că matricea A verifică egalitatea $A^2 - 8A + 12I_2 = O_2$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{Z}_6[X]$, $f = X^3 + (\hat{2}a + \hat{1})X + a + \hat{4}$

5p a) Să se demonstreze că $b^3 = b$, oricare ar fi $b \in \mathbb{Z}_6$.

5p b) Să se determine $a \in \mathbb{Z}_6$, știind că $f(\hat{2}) = \hat{0}$.

5p c) Pentru $a = \hat{2}$ să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{Z}_6[X]$.