

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 100

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se demonstreze că $A^2 = 8A$.

5p b) Să se calculeze $\det X(a)$.

5p c) Să se demonstreze că $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 8ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră polinomul $f = (1 + X + X^3)^{669} \in \mathbb{Z}[X]$ cu forma algebrică $f = a_{2007}X^{2007} + \dots + a_1X + a_0$.

5p a) Să se calculeze $f(1) + f(-1)$.

5p b) Să se arate că suma $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2007}$ este un număr divizibil cu 3.

5p c) Să se determine restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 1$.