

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 001

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

5p a) Să se calculeze derivata funcției f .

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \leq -4$ pentru orice $x < -1$.

2. Se consideră funcțiile $f_n : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ de forma $f_n(x) = e^{-x} x^n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ și

$$I_n = \int_0^1 f_n(x) dx \text{ pentru orice } n \in \mathbb{N}^*.$$

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_1(x) dx$.

5p b) Să se arate că $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f_1(t) dt = 1$.

5p c) Să se demonstreze că $I_n = -\frac{1}{e} + nI_{n-1}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.