

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 009

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = e^x(ax^2 + bx + c)$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ pentru $a = 1, b = c = 0$.

5p b) Să se verifice că $f'(0) - f(0) = b$.

5p c) Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(0) = 0, f'(0) = 1$ și $f''(0) = 4$.

2. Se consideră integralele $I_n = \int_0^1 \frac{x^n + 1}{x + 1} dx$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Folosind eventual faptul că $0 \leq x^2 \leq x$, pentru orice $x \in [0, 1]$, să se demonstreze că $I_2 \leq I_1$.

5p c) Să se demonstreze că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1} + 2\ln 2$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.