

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 019

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

5p c) Să se demonstreze că $0 < f(x) \leq \frac{1}{2e}$ pentru orice $x \in [\sqrt{e}, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$.

5p a) Să se calculeze $\int_1^e x \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$.

5p b) Să se arate că primitivele funcției f sunt funcții crescătoare pe $(0, +\infty)$.

5p c) Să se verifice că $\int_1^2 f'(x)f(x)dx = -\frac{22}{81}$.