

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 023

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine numărul punctelor de extrem ale funcției f .

5p c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{f'(x)}{f(x)} - 1 \right)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, date prin $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$ și $F(x) = (x+1)\ln x - x + 1$.

5p a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f , care se anulează în $x = 1$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^2 f(e^x) dx$.

5p c) Să se arate că $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt = f(1)$.