

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 035**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definită prin  $f(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$ .
- 5p a) Să se verifice că  $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$ , pentru orice  $x > 0$ .
- 5p b) Să se determine ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Să se demonstreze că pentru orice  $x \in (0, 2]$  este adevărată inegalitatea  $\sqrt{x} \cdot f'(x) \leq f(x)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  date prin  $f(x) = e^x + 3x^2 + 2$  și  $F(x) = e^x + x^3 + 2x - 1$ .
- 5p a) Să se arate că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx$ .
- 5p c) Să se demonstreze că  $\int_0^1 (x f(x) + F(x)) dx = F(1)$ .