

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 046

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$.

5p a) Să se arate că $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$, pentru orice $x \neq 1$.

5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .

5p c) Să se demonstreze că pentru orice $a < 1$ și $b > 1$ are loc inegalitatea $f(a) - f(b) \leq -8$.

2. Se consideră funcția $f: \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \sqrt{2x - 1}$.

5p a) Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^5 \sqrt{2x - 1} dx$.

5p c) Știind că $F: \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $F(x) = \frac{2x - 1}{3} \sqrt{2x - 1}$ este o primitivă a lui f , să se

arate că $\int_1^5 f(x) \cdot F^{2008}(x) dx = \frac{3^{6027} - 1}{2009 \cdot 3^{2009}}$.