

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 059

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$.

5p c) Să se determine asimptota orizontală către $+\infty$ la graficul funcției f .

2. Pentru orice număr natural nenul n se consideră funcțiile $f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n e^x$ și integralele

$$I_n = \int_0^1 f_n(x) dx.$$

5p a) Să se verifice că $\int_0^1 e^{-x} f_1(x) dx = \frac{1}{2}$.

5p b) Să se calculeze I_1 .

5p c) Să se demonstreze că $I_n + nI_{n-1} = e$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.