

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 086

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = e$.

5p c) Să se arate că $\ln x \leq \frac{x}{e}$ pentru orice $x > 0$.

2. Se consideră funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = 1 - \sqrt{x}$.

5p a) Să se determine $\int f(x) dx$, unde $x \in [0, 1]$.

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției f .

5p c) Folosind eventual faptul că $\sqrt{x} \geq x$ pentru orice $x \in [0, 1]$ să se arate că $\int_0^1 f^{2008}(x) dx \leq \frac{1}{2009}$.