

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 090**

1. Fie funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2\sqrt{x} - \ln x$ .

5p a) Să se verifice că  $f'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ , pentru orice  $x > 0$ .

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ .

5p c) Să se arate că  $2\sqrt{x} \geq 2 + \ln x$ , pentru orice  $x > 0$ .

2. Pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$  se consideră funcțiile  $f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = x^n + (1-x)^n$ .

5p a) Să se determine  $\int_0^1 f_2(x) dx$ ,  $x \in [0,1]$ .

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = e^x \cdot f_2(x)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=0$  și  $x=1$ .

5p c) Să se arate că  $\int_0^1 f_n(x) dx \geq \int_0^1 f_{n+1}(x) dx$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .