

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 096

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p a) Să se verifice dacă $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(2007) > f(2008)$.

2. Se consideră funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \sqrt{x}$.

5p a) Să se determine $\int f(x) dx$, unde $x \in [0, 1]$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$g(x) = \frac{f^2(x)}{x^2 + 1}, \text{ axa } Ox \text{ și dreptele de ecuații } x = 0 \text{ și } x = 1.$$

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$$h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot f(x), \text{ unde } x \in [0, 1].$$