

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 041

Fie $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a^2 + 2b^2, a, b \in \mathbb{Z}\}$, $H = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ două submulțimi ale mulțimii numerelor naturale \mathbb{N} și legea de compoziție $x * y = u.c.(x^y)$, unde $u.c.(x^y)$ este ultima cifră a numărului x^y , definită pe mulțimea $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

- 5p** a) Să se demonstreze că $H \subset M$.
- 5p** b) Să se determine $a, b \in \mathbb{N}$ pentru care $1 = a^2 + 2b^2$.
- 5p** c) Să se determine numărul elementelor inversabile din mulțimea M în raport cu operația de înmulțire a numerelor naturale.
- 5p** d) Să se verifice că $9 * 2 \neq 2 * 9$.
- 5p** e) Să se arate că pentru oricare $x, y \in H$, rezultă că $x * y \in H$.
- 5p** f) Să se determine o submulțime a mulțimii H pe care legea "*" este comutativă.