

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 043

Se consideră mulțimea $M = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ și operațiile "+" și "." de adunare și respectiv de înmulțire a numerelor reale.

- 5p** a) Să se demonstreze că pentru oricare $x, y \in M$ rezultă că $x + y \in M$.
- 5p** b) Să se demonstreze că pentru oricare $x, y \in M$ rezultă că $x \cdot y \in M$.
- 5p** c) Să se arate că $\{0, 1\} \subset M$.
- 5p** d) Să se demonstreze că numărul $5 - \sqrt{2}$ nu este element inversabil al mulțimii M în raport cu operația "."
- 5p** e) Să se arate că $(M, +)$ este grup comutativ.
- 5p** f) Să se demonstreze că orice element al mulțimii $H = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 2b^2 = 1\}$ este element inversabil în raport cu operația ".".