

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 050

Se consideră mulțimea $M = \{a + b\sqrt{15} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ și operațiile „+” și „·” de adunare și respectiv de înmulțire a numerelor reale.

5p a) Să se demonstreze că pentru oricare $x, y \in M$ rezultă că $x \cdot y \in M$.

5p b) Să se demonstreze că pentru oricare $x, y \in M$ rezultă că $x + y \in M$.

5p c) Să se arate că mulțimea $\{0, 1\} \subset M$.

5p d) Să se demonstreze că $(M, +, \cdot)$ este inel comutativ.

5p e) Folosind eventual relația $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$, să se determine simetricul elementului $x = 4 - \sqrt{15} \in M$ în raport cu operația „·”.

5p f) Să se determine două numere $x, y \in M \setminus \mathbb{Q}$ astfel încât $x \cdot y \in \mathbb{Q} \setminus \{1\}$.