

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 053**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = 9xy - 3x - 3y + \frac{4}{3}$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

Se consideră  $H = \left[ \frac{1}{3}, +\infty \right)$ .

- 5p** a) Folosind eventual faptul că  $x \circ y = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ , să se arate că pentru oricare  $x, y \in H$ , rezultă că  $x \circ y \in H$ .
- 5p** b) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $x \circ a = a \circ x = a$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** c) Să se determine  $b \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $x \circ b = b \circ x = x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** d) Să se determine mulțimea  $A \subset H$ ,  $A = \left\{ x \in H \mid \text{există } x' \in H \text{ astfel încât } x \circ x' = x' \circ x = \frac{4}{9} \right\}$ .
- 5p** e) Să se demonstreze că  $\left( H \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}, \circ \right)$  este grup comutativ.
- 5p** f) Să se găsească două numere  $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$  pentru care  $a \circ b = 2$ .