

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 064

Pe mulțimea $M = [0, \infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x+y}{1+xy}, \forall x, y \in M$.

5p a) Să se calculeze $\frac{1}{2} * \frac{1}{3}$.

5p b) Să se demonstreze că „*” este lege de compoziție asociativă pe M .

5p c) Să se demonstreze că legea „*” admite element neutru pe M .

5p d) Să se demonstreze că $x = 0$ este singurul element simetrizabil al mulțimii M în raport cu legea dată.

5p e) Să se arate că $\frac{1}{x} * \frac{1}{y} = x * y, \forall x, y \in (0, +\infty)$.

5p f) Folosind eventual punctul e), să se calculeze valoarea expresiei $E = \frac{\left(\frac{1}{1} * \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} * \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{7} * \frac{1}{8}\right)}{(1 * 2) \cdot (3 * 4) \cdot \dots \cdot (7 * 8)}$.