

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 081

Se consideră mulțimea de matrice $M = \left\{ X(a,b,c) \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid X(a,b,c) = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}, a,b,c \in \mathbb{R} \right\}$.

5p a) Să se calculeze $2X(3,-2,-1) - X(1,2,3)$.

5p b) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $X(2x+3,3,4) = X(x^2,3,4)$.

5p c) Să se arate că matricea $X(1,-1,1) \in M$ nu este inversabilă.

5p d) Să se arate că dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, atunci $A \in M$.

5p e) Știind că $X = \begin{pmatrix} x & 0 & 1 \\ 1 & y & 0 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}$ și $Y = \begin{pmatrix} z & 0 & 1 \\ 1 & z & 0 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}$, să se determine $x, y, z \in \mathbb{R}$, astfel încât $XY = YX$ și

$$\det(X) = 9.$$

5p f) Să se calculeze $\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 2 \\ x_2 & 2 & 0 \\ 0 & x_2 & x_1 \end{vmatrix}$, unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $2x^2 - 3x - 1 = 0$.