SUBIECTUL III (30p) – Varianta 087

Se consideră mulțimea de matrice $M = \left\{ A(a) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \,\middle|\, A(a) = \begin{pmatrix} a^2-4 & -1 \\ a-2 & 2a-1 \end{pmatrix},\ a \in \mathbb{R} \right\}$ şi matricele $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $A(a) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se calculeze $C = 2\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se verifice că $B^2 = -2B - 4I_2$.

5p **d)** Să se calculeze $\det A(3)$.

5p **e)** Să se arate că dacă matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ îndeplineşte condiția $X^2 + 2X + 4I_2 = O_2$, atunci $X^3 = 8I_2$.

5p **f)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ cu proprietatea că $\det\left(A(a)\right) = 0$.