

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 006

Se consideră funcțiile $f : D_1 \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : D_2 \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \ln x + 2\ln(x+3), \quad g(x) = 2\ln x - \ln(x+3)^2, \quad h(x) = f(x) + g(x),$$
 unde D_1, D_2 , respectiv D

reprezintă domeniile maxime de definiție pe care le pot avea funcțiile f , g , respectiv h .

5p a) Să se determine D .

5p b) Să se demonstreze că $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x)$.

5p c) Să se determine asimptotele verticale ale graficului funcției h .

5p d) Să se demonstreze că $\lim_{x \rightarrow 2008} \frac{h(x) - h(2008)}{x - 2008} - \frac{1}{2008}$ este opusul pătratului unui număr rațional.

5p e) Să se determine mulțimea punctelor în care funcția h este continuă.

5p f) Să se dea exemplu de o funcție $f_1 : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, pentru care $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f_1(x) = -\infty$ și $f_1'(x) > 0, \forall x \in (0, \infty)$, justificând alegerea făcută.