SUBIECTUL II (30p) – Varianta 016

Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln x$.

5p **a)** Să se demonstreze că funcția f este strict crescătoare pe $(0,\infty)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $f(x)>\dfrac{2(x-1)}{x+1}, \forall x>1$.

5p **c)** Să se demonstreze, folosind, eventual, subpunctul **b)** că pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ cu $0<x<y$, are loc relația $\ln\dfrac{y}{x}>\dfrac{2(y-x)}{y+x}$.

5p **d)** Să se determine numerele întregi x, pentru care $0\le f(x)<2$.

Fie funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=\begin{cases}3x+2, & x<0\\ x^2+mx+n, & x\ge 0\end{cases}$, unde m și n sunt parametri reali.

5p **e)** Să se calculeze diferența l_1-l_2, unde $l_1=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+2}{x^2}$ și $l_2=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+mx+n}{x^2}$, cu $m,n\in\mathbb{R}$.

5p **f)** Să se determine numerele reale m,n pentru care funcția g este continuă pe $\mathbb{R}$.