

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 037

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - ax}{x^2 + a}$, $a \in (0, +\infty)$.

- 5p** a) Să se demonstreze că mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - ax \leq 0\}$ este mărginită.
- 5p** b) Pentru $a = 1$, să se determine asimptotele funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x \cdot [f(x) - 1]$.
- 5p** c) Să se calculeze $l = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.
- 5p** d) Să se demonstreze că $f'(0)$ nu depinde de parametrul a .
- 5p** e) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(-a^2, 1)$.
- 5p** f) Să se demonstreze că pentru oricare $a \in (0, +\infty)$, funcția $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (x^2 + a) \cdot e^x \cdot f(x)$ admite puncte de extrem.